

Experimento 6

LAS LEYES DE KIRCHHOFF

Objetivos

1. Describir las características de las ramas, los nodos y los lazos de un circuito,
2. Aplicar las leyes de Kirchhoff para analizar circuitos con dos lazos,
3. Explicar cómo las leyes de Kirchhoff son consecuencia de la conservación de la carga y la energía, y
4. Verificar las leyes de Kirchhoff en circuitos con dos lazos

Teoría

Cualquier sección de un circuito, donde hay un sólo elemento básico, constituye una *rama*. Un *nodo* es un punto donde se conectan al menos dos ramas. Un *lazo* es cualquier trayectoria cerrada en un circuito

Las leyes de Kirchhoff

Estas leyes no representan ninguna idea nueva para los principios de la física, vistos hasta ahora. Son consecuencia de dos leyes fundamentales: la conservación de la carga eléctrica y la conservación de la energía. En el experimento anterior enunciamos las dos leyes de Kirchhoff. La primera establece que la suma algebraica de las corrientes que pasan por un nodo es cero. Aunque no hemos definido la corriente eléctrica, podemos decir que es el transporte de carga. Esto significa que ningún nodo guarda, destruye, o crea carga. Recordemos que en el primer experimento hablamos de las propiedades de la carga eléctrica y entre ellas mencionamos su conservación, así que la primera ley de Kirchhoff es una manifestación de esta propiedad. La segunda ley afirma que la suma algebraica de los voltajes alrededor de un lazo cerrado es cero. Esto significa que la energía que entrega la batería es usada en su totalidad por el circuito. La batería, o cualquiera de los elementos de circuito, no crean, ni destruyen energía, sólo la transforman. A final de cuentas, la energía se degrada en calor y se disipa en el ambiente. Vamos a mostrar cómo estas dos leyes nos permiten analizar cualquier circuito y establecer los valores de las corrientes que circulan por sus elementos. Ver la figura 1

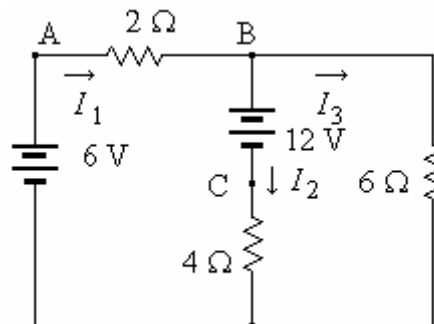


Figura 1 Un circuito con dos lazos y varios elementos

Tenemos un circuito con dos lazos. Observe que tiene dos baterías, con voltajes dados, y tres resistencias con sus valores conocidos. En él hemos definido las corrientes I_1 , I_2 , e I_3 , circulando por cada una de las tres resistencias, y son desconocidas. Nuestro propósito es determinar los valores de las corrientes, así como la dirección en que circulan. Aplicamos la ley de las corrientes en el nodo B y obtenemos,

$$-I_1 + I_2 + I_3 = 0 \quad 1$$

Recuerde que habíamos convenido en que las corrientes que entran al nodo son negativas y las que salen, positivas, así que esto explica la diferencia en signos en las variables de la ecuación 1. Por otro lado, como el número de variables desconocidas es tres, necesitamos tres ecuaciones independientes para determinar su valor. La ley de las corrientes nos provee una de esas tres ecuaciones. En seguida veremos que la ley de los voltajes nos proveerá dos ecuaciones adicionales, con lo que completaremos las tres que necesitamos y resolveremos el problema. En la figura 2 hemos re-dibujado el circuito poniendo énfasis en los lazos 1 y 2. Aplicaremos la ley de los voltajes de Kirchhoff a cada lazo, empezando por los nodos A y B respectivamente, y recorriéndolos en dirección de las manecillas del reloj

Lazo 1:

$$-v_{R1} - V_2 - v_{R2} + V_1 = 0$$

Usamos la ley de Ohm para expresar los voltajes v_{R1} y v_{R2} en función de las corrientes I_1 e I_2 y obtenemos la ecuación 2

$$-I_1 R_1 - V_2 - I_2 R_2 + V_1 = 0 \quad 2$$

Lazo 2:

$$-v_{R3} + v_{R2} + V_2 = 0$$

Nuevamente usamos la ley de Ohm, esta vez para expresar los voltajes v_{R3} y v_{R2} en función de las corrientes I_3 e I_2 y obtenemos la ecuación 3

$$-I_3 R_3 + I_2 R_2 + V_2 = 0 \quad 3$$

Note que cuando recorremos un resistor en la misma dirección en la que hemos definido la corriente a través de él, le asignamos un signo negativo al voltaje, como puede verse en el lazo 1 con los voltajes v_{R1} y v_{R2} , y con el v_{R3} en el lazo 2. En cambio, si lo recorremos contra la corriente es positivo, como en el caso del v_{R2} a través de la resistencia R_2 en el lazo 2. En el caso de las baterías, si las recorremos del negativo al positivo, son subidas, por lo tanto, positivas, como el voltaje V_1 en el lazo 1, de lo contrario, serán caídas, negativas, como el voltaje V_2 en este mismo lazo 1

Las ecuaciones 1, 2 y 3 se pueden describir de la forma mostrada en las ecuaciones 4, 5, y 6, una vez hayamos sustituido los valores de las resistencias y los voltajes, y pasado las constantes a la derecha

$$-I_1 + I_2 + I_3 = 0 \quad 4$$

$$-2I_1 - 4I_2 = 6 \quad 5$$

$$4I_2 - 6I_3 = -12 \quad 6$$

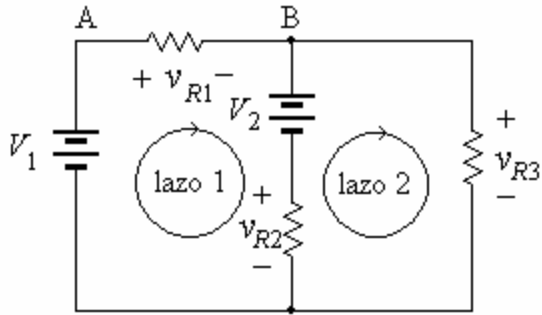


Figura 2 Definimos dos lazos en el circuito

Estas ecuaciones constituyen un sistema de lineal con tres desconocidas: I_1 , I_2 , e I_3 , y pueden resolverse mediante diversos métodos que han sido estudiados en los cursos de precálculo. También algunas calculadoras de bolsillo poseen teclas y procedimientos para hacerlo. El estudiante debe responsabilizarse por resolver estos sistemas usando el método de su preferencia. Los métodos más comunes son: (1) Eliminación, (2) Igualación y (3) Sustitución, que requieren manipular algebraicamente estas ecuaciones hasta quedarse con una sola, en una incógnita o desconocida. También mencionaremos el método de Kramer, con determinantes. Recomendamos al estudiante acudir a sus notas de precálculo en busca de cualquiera de estos métodos para que los repase. A continuación presentamos una forma de resolverlo por sustitución. Para esto despejamos la corriente I_2 de la ecuación 5 y la I_3 de la 6. En cada caso obtenemos las ecuaciones 7 y 8,

$$I_2 = -\frac{1}{2}I_1 - \frac{3}{2} \quad 7$$

$$I_3 = -\frac{2}{3}I_2 + 2 \quad 8$$

Nuestro objetivo es expresar I_2 e I_3 en función de I_1 , nada más. La ecuación 7 cumple con esta condición para I_2 , pero la 8 expresa I_3 en función de I_2 , no de I_1 , así que sustituimos I_2 de la ecuación 7 en la 8, y obtenemos,

$$I_3 = -\frac{1}{3}I_1 + 1 \quad 9$$

Ahora sustituimos las ecuaciones 7 y 9 en la 4, con lo que logramos una sola ecuación con una sola desconocida, I_1 , de la cual despejaremos ésta,

$$-I_1 + \left(-\frac{1}{2}I_1 - \frac{3}{2}\right) + \left(-\frac{1}{3}I_1 + 1\right) = 0 \quad 10$$

$$I_1 = -\frac{3}{11} = -0.273 \text{ A} \quad 11$$

Ahora sustituimos el valor de I_1 en la ecuación 7 para obtener el de I_2 , y en la ecuación 9 para el de I_3 ,

$$I_2 = -\frac{15}{11} = -1.367 \text{ A} \quad 12$$

$$I_3 = \frac{12}{11} = 1.09 \text{ A}$$

13

Los valores negativos de I_1 e I_2 indican que estas corrientes están fluyendo en la dirección opuesta a la indicada en el circuito de la figura 1

Ejercicio

Use las leyes de Kirchoff para calcular las corrientes en el circuito de la figura 3

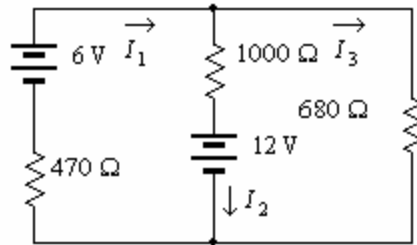


Figura 3 Un circuito con dos lazos

Respuesta: $I_1 = 1.31 \text{ mA}$, $I_2 = -6.61 \text{ mA}$, e $I_3 = 7.92 \text{ mA}$

Materiales y equipo

Sistema computarizado con interfaz y programa *DataStudio*,

Conector múltiple,

Sensor de corriente,

Resistencias de 100Ω , 150Ω , y 300Ω ($1/2 \text{ W}$),

Cables cortos para conexiones en el múltiple, y

Dos cables con conectores tipo banana-banana para conectar el múltiple a la interfaz

Procedimiento:

1. Encienda la interfaz
2. Encienda la computadora y el monitor
3. Cree el experimento y conecte el sensor de voltaje en el canal A de la interfaz real
4. Conecte el sensor de corriente en el canal B de la interfaz real
5. Haga también las conexiones de los dos sensores en la interfaz virtual empezando por el de voltaje en el puerto A

Experimento 1

La ley de las corrientes de Kirchoff

1. Arme el circuito de la figura 4 usando el múltiple y los cables conectores que sean necesarios. Note que en ella aparecen tres amperímetros, sin embargo, en la práctica, en lugar de amperímetros, usaremos los sensores de corriente. Como en cada estación tenemos solamente un sensor de corriente, el dibujo representa **las tres posiciones en que lo colocaremos sucesivamente**, para medir I_1 , I_2 , e I_3 . Tenga presente que los sensores de corriente se conectan en serie con las resistencias, de lo contrario, pueden sufrir daño irreparable, por lo tanto, si tiene

alguna duda al hacer la conexión, llame a su instructor para que la revise antes de iniciar las mediciones

2. Ajuste el generador de señal de la interfaz con un voltaje CC de 5.0 V
3. Conecte la salida del generador de señal de la interfaz al múltiple en los terminales rojo y negro, asegurándose de que las polaridades están correctas
4. Escoja el medidor digital en la ventanilla de *Pantallas*. Elija como fuente de datos la corriente del canal B y pulse la tecla de *Aceptar*
5. Pulse la tecla de *Inicio*, lea el resultado de la medición y anote en su hoja de informe el valor de la corriente I_1
6. Repita el paso anterior para cada una de las **dos posiciones adicionales** del sensor de corriente y anote los valores medidos de las corrientes I_2 e I_3
7. Use las leyes de Kirchhoff para calcular las corrientes I_1 , I_2 e I_3 en el circuito de la figura 4 y compárelos con los valores medidos
8. Escriba todos sus resultados en la tabla 1 del informe

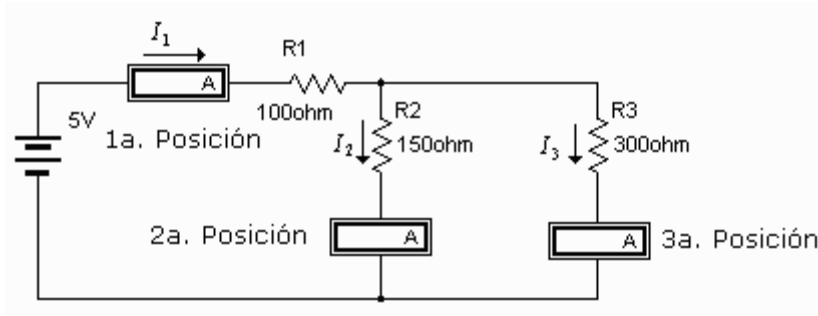


Figura 4 Circuito típico para verificar la ley de las corrientes de Kirchhoff

Experimento 2

La ley de los voltajes de Kirchhoff

1. Arme el circuito de la figura 5 usando el múltiple y los cables conectores que sean necesarios. Note que en ella aparecen dos voltímetros, sin embargo, en la práctica usaremos los sensores de voltaje. Como en cada estación tenemos solamente un sensor de voltaje, el dibujo representa las dos posiciones en que lo colocaremos sucesivamente, para medir v_1 , v_2 , y v_3 . Tenga presente que los sensores de voltaje se conectan en paralelo con las resistencias, y si no lo hace así, no habrá corriente por el circuito, por lo tanto, si tiene alguna duda al hacer la conexión, llame a su instructor para que la revise antes de iniciar las mediciones
2. Escoja el medidor digital en la ventanilla de *Pantallas*. Elija como fuente de datos el voltaje del canal A y pulse la tecla de *Aceptar*
3. Pulse la tecla de *Inicio*, lea el resultado de la medición y anote en su hoja de informe el valor del voltaje v_1
4. Repita el paso anterior para la segunda posición del sensor de voltaje y anote los valores medidos de los voltajes v_2 y v_3

- Use las leyes de Kirchoff para calcular los voltajes v_1 , v_2 y v_3 en el circuito de la figura 5 y compárelos con los valores medidos
- Escriba todos sus resultados en la tabla 2 del informe

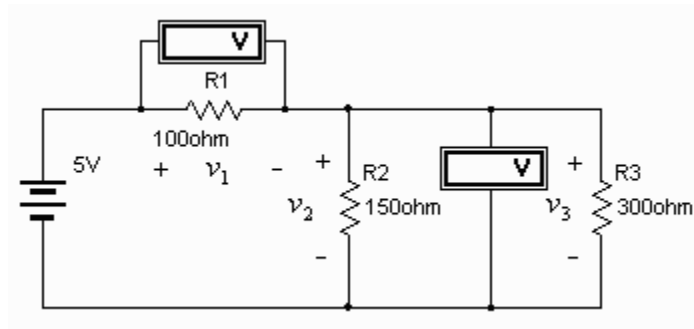


Figura 5 Circuito típico para verificar la ley de los voltajes de Kirchoff

Preguntas

Contestar correctamente antes de hacer el experimento

- En el circuito de la Figura 6, el voltaje nominal de la batería V_0 , es de 1.5 V mientras que su resistencia interna es desconocida y sólo la representamos como R_i . La batería está conectada a una resistencia $R = 1.0 \Omega$. Cuando cerramos el interruptor S , el valor del voltaje a través de la resistencia R es de 1.0 V. El valor de la resistencia interna R_i es de:

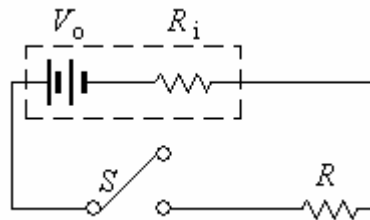


Figura 6 Un circuito eléctrico con una batería práctica (real)

- 1.0 Ω
 - 0.5 Ω
 - 0
 - 2.0 Ω
 - Faltan datos
- Asuma que el voltaje nominal y la resistencia interna R_i , de la batería del circuito de la Figura 6, son 12 V y 1.0 Ω , respectivamente. La diferencia de potencial, o voltaje, a través del interruptor abierto es de:
 - 12 V
 - 1.0 V
 - 0 V
 - 11 V
 - 6 V

3. Dado el circuito de la Figura 7, el valor de I_3 es:

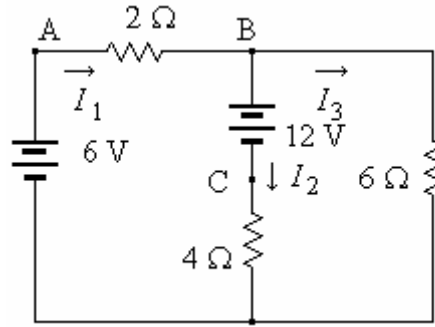


Figura 7 Circuito eléctrico con dos lazos

- $\frac{12}{11}$ A
 - 0
 - $-\frac{3}{11}$ A
 - $-\frac{15}{11}$ A
 - 1.0 A
4. Dos baterías con voltajes de 1.5 V y 1.2 V y resistencias internas de 0.5Ω y 0.8Ω respectivamente, están conectadas en paralelo. Ver la Figura 8. La corriente que entregarían a una resistencia externa de 2Ω es:

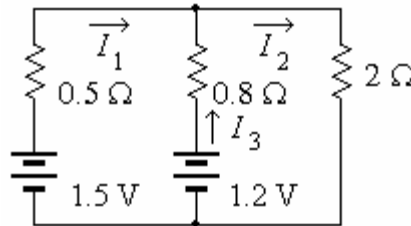


Figura 8 Circuito eléctrico con dos baterías prácticas y una resistencia externa en paralelo

- 0.6 A
 - 0.75 A
 - 0.82 A
 - 0.132 A
 - 0
5. En el circuito de la Figura 9 aplicamos la ley de las corrientes de Kirchoff en el nodo B y obtenemos la siguiente ecuación:

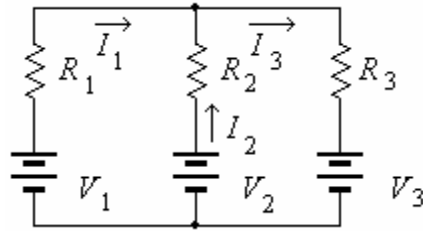


Figura 9 Circuito eléctrico con dos lazos y tres baterías

- $I_1 + I_2 - I_3 = 0$
- $I_2 + I_3 - I_1 = 0$
- $I_3 + I_1 - I_2 = 0$
- $I_1 = I_2 = I_3$
- $I_1 \times I_2 \times I_3 = 0$

6. Dado el circuito eléctrico de la Figura 10, la aplicación de la ley de los voltajes de Kirchoff para el lazo ABCDEFA da lugar al establecimiento de la ecuación:

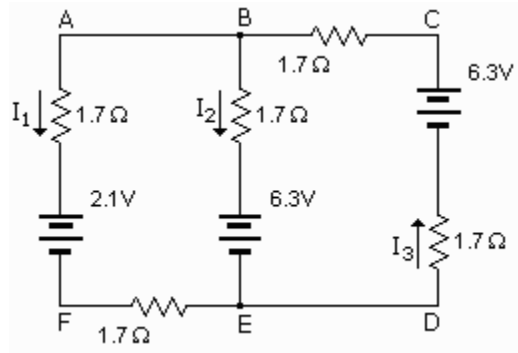


Figura 10 Circuito eléctrico con dos lazos, tres baterías y cinco resistencias

- $2.1 + 1.7 I_1 - 1.7 I_2 + 6.3 = 0$
 - $-2.1 + 1.7 I_1 - 1.7 I_2 - 6.3 = 0$
 - $2.1 - 1.7 I_1 - 1.7 I_3 - 6.3 = 0$
 - $3.4 I_1 + 3.4 I_3 - 4.2 = 0$
 - $V_1 + V_2 + V_3 = 0$
7. Refiriéndonos al circuito de la Figura 10, el valor de I_1 es:
- 0.82 A
 - 1.65 A
 - 0.4 A
 - 1.65 A
 - 0.6 A
8. Refiriéndonos al circuito de la Figura 10, la diferencia de potencial entre los puntos B y E es de:
- 4.9 V
 - 6.3 V
 - 2.1 V

- d. 14.7 V
- e. 8.4 V

9. Sea el circuito de la Figura 11, donde $R_1 = 470 \Omega$, $R_2 = 1000 \Omega$, y $R_3 = 680 \Omega$. Si el interruptor S_1 está abierto mientras el S_2 está cerrado, la corriente en el resistor R_2 es:

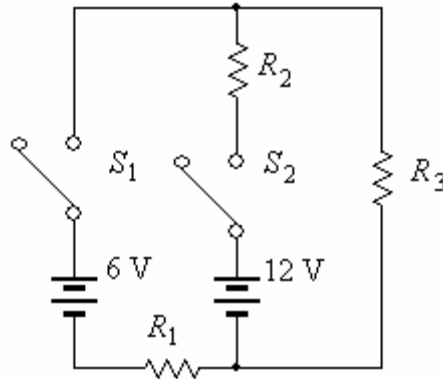


Figura 11 Circuito eléctrico con dos interruptores

- a. Igual que la corriente en el resistor R_1
 - b. Igual que la corriente en el resistor R_3
 - c. Dos veces la corriente en el resistor R_3
 - d. Dos veces la corriente en el resistor R_1
 - e. No hay corriente por ese resistor
10. Sea el circuito de la Figura 11. Si el interruptor S_1 está abierto mientras el interruptor S_2 está cerrado, el voltaje a través del interruptor S_1 es:
- a. 6 V
 - b. 12 V
 - c. 18 V
 - d. 1.14 V
 - e. 0 V

Informe del Experimento 6. Las leyes de Kirchhoff

Sección _____ Mesa _____

Fecha: _____

Estudiantes:

1. _____

2. _____

3. _____

4. _____

Experimento 1

La ley de las corrientes de Kirchhoff

1. Escriba en la tabla 1 el valor medido de las corrientes I_1 , I_2 , e I_3
2. Use las leyes de Kirchhoff para calcular los valores teóricos de las tres corrientes del circuito de la figura 4 e incluya la hoja con sus cálculos y resultados al entregar el informe

Tabla 1. Los valores de las corrientes

	Valor Medido (mA)	Valor teórico (mA)	$\Delta\%$
I_1			
I_2			
I_3			

Experimento 2

La ley de los voltajes de Kirchhoff

1. Escriba en la tabla 2 el valor medido de los voltajes v_1 , v_2 , y v_3
2. Use las leyes de Kirchhoff para calcular los valores teóricos de los tres voltajes del circuito de la figura 4 e incluya la hoja con sus cálculos y resultados al entregar el informe

Tabla 2. Los valores de los voltajes

	Valor Medido (V)	Valor teórico (V)	$\Delta\%$
V_1			
V_2			
V_3			

Preguntas

1. Dado el circuito de la figura 12 identifique sus ramas, nodos y lazos

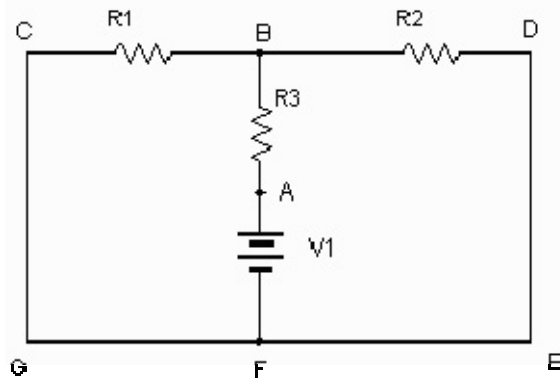


Figura 12 Circuito típico con varias ramas, nodos y lazos

- a. Ramas: (Use la pareja de letras que hay en sus extremos, por ejemplo CB)

- b. Nodos: (Use la letra que lo identifica, por ejemplo A)

- c. Lazos: (Use todas las letras que hay en su contorno)

2. Explique cómo las leyes de Kirchhoff son consecuencia de la conservación de la carga y la energía

Conclusiones

